


Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

УТВЕРЖДЕНО
Решением Ученого совета ФМИАТ
от « 18 » 05 2024 г., протокол № 4/21
Председатель _____ / Волков М.А.
(подпись, расшифровка подписи)
« 18 » 05 2024 г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина	Математический анализ
Факультет	Математики, информационных и авиационных технологий
Кафедра	Прикладной математики
Курс	1

Направление (специальность): **10.05.01 «Компьютерная безопасность»**

Направленность (профиль/специализация): «Математические методы защиты информации»

Форма обучения: очная

Дата введения в учебный процесс УлГУ: « 01 » сентября 2021 г



Программа актуализирована на заседании кафедры: протокол № 10 от 22.04. 2022 г.


Программа актуализирована на заседании кафедры: протокол № 8 от 26.04. 2023 г.

Программа актуализирована на заседании кафедры: протокол № 10 от 21.05. 2024 г.

Сведения о разработчиках:

ФИО	Кафедра	Должность, ученая степень, звание
Веревки А.Б.	ПМ	Доцент, к.ф.м.н.

СОГЛАСОВАНО	СОГЛАСОВАНО
Заведующий кафедрой прикладной математики, реализующей дисциплину	Заведующий выпускающей кафедры Информационной безопасности и теории управления
 / <u>Бутов А.А.</u> / Подпись / ФИО « <u>18</u> » мая 2021 г.	 / <u>Андреев А.С.</u> / ФИО « <u>18</u> » мая 2020 г.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ:

Цели освоения дисциплины: освоение основ и методов теории пределов, теории дифференциального и интегрального исчисления функций одного и нескольких переменных, теории рядов, теории погрешностей, численного дифференцирования и интегрирования; формирование уровня математической культуры, достаточного для понимания и усвоения последующих курсов, базирующихся на данной дисциплине; привитие навыков исследовательской работы.


Задачи освоения дисциплины: изучение базовых понятий теории числовых множеств и функций действительного переменного; изучение основных определений и теорем о пределах последовательностей и функций, понятия непрерывности функций; изучение дифференциального исчисления функций одного и нескольких переменных, приложений производной для исследования функций и приближенных вычислений; изучение интегрального исчисления функций одного и нескольких переменных, приложений интегралов в решении различных прикладных задач; изучение основ теории числовых и функциональных рядов; изучение основ теории погрешностей, приближенных решений функциональных уравнений, интерполяции и аппроксимации функций; изучение численного дифференцирования и интегрирования.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП:


Дисциплина «Математический анализ» (Б1) относится к дисциплинам Базовой части Блока 1 «Дисциплины (модули)» Основной Профессиональной Образовательной Программы по направлению подготовки – 10.05.01 Компьютерная безопасность. Данная дисциплина базируется на входных знаниях, умениях, навыках и компетенциях студента, полученных им в школе. Результаты освоения дисциплины будут необходимы для дальнейшего процесса обучения в рамках поэтапного формирования компетенций при изучении последующей дисциплины – «Теория вероятностей и математическая статистика» и для прохождения государственной итоговой аттестации.

3. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ), СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОСНОВНОЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Код и наименование реализуемой компетенции	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с индикаторами достижения компетенций
ОПК-3 – Способен на основании совокупности математических методов разрабатывать, обосновывать и реализовывать процедуры решения задач профессиональной деятельности	Знать: множества и функции, поле действительных чисел; предел последовательности, предел функции, непрерывность функции, точки разрыва функции; дифференцируемость функции, дифференциал, производную функции, монотонность функции, экстремумы, выпуклость, точки перегиба, асимптоты; первообразную и интеграл Римана функции одной переменной, меру и длину подмножеств вещественных чисел; понятие несобственных интегралов на бесконечном промежутке и от неограниченной функции; понятие числового ряда, функциональной последовательности и функционального ряда; сходимость числового

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

	<p>ряда, абсолютную и условную сходимость рядов, перестановки рядов, умножение рядов; поточечную и равномерную сходимость функциональных последовательностей и рядов; свойства равномерно сходящихся функциональных последовательностей и рядов; функции нескольких переменных и их непрерывность, пределы, частные производные и дифференциалы; свойства поточечно и равномерно сходящихся семейств функций, зависящих от параметра; свойства собственных интегралов, зависящих от параметра; свойства несобственных интегралов, зависящих от параметра; свойства и приложения кратных интегралов Римана на измеримых множествах; свойства и приложения криволинейных и поверхностных интегралов; устранимые, неустранимые погрешности, абсолютные погрешности, точность вычислений, округление чисел; приближенные решения функциональных уравнений; интерполяцию и аппроксимацию функций; численное дифференцирование и интегрирование функций.</p> <p>Уметь: вычислять пределы последовательностей, пределы рациональных и иррациональных выражений; находить пределы (раскрывать неопределенности) непосредственно и с помощью табличных эквивалентностей, правила Лопиталя и формулы Тейлора; находить точки разрыва функции и определять их тип; исследовать функции с помощью производной и строить их графики; находить первообразные и интегралы элементарных функций; находить пределы (раскрывать неопределенности) функций многих переменных; находить экстремумы функций многих переменных; исследовать числовые ряды на сходимость; находить предельные функции и исследовать функциональные последовательности (ряды) на равномерную сходимость; дифференцировать и интегрировать функциональные последовательности (ряды); исследовать семейства функций на равномерную сходимость; вычислять собственные и несобственные интегралы методами интегрирования по параметру и дифференцирования по параметру, с использованием свойств непрерывности; вычислять несобственные интегралы путем сведения их к интегралам Дирихле и Пуассона, к эйлеровым интегралам 1 и 2 родов (В- и Г-функциям); осуществлять приближенные вычисления, в том числе с заданной степенью точности; применять интегралы к нахождению длин, площадей и объемов, площадей поверхностей, координат центров тяжести, моментов инерции плоских и пространственных областей, параметризации кривых и поверхностей; применять криволинейные и поверхностные интегралы к решению физических и геометрических задач; применять формулы Грина, Стокса и Гаусса-Остроградского к решению</p>
--	--

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		


	<p>основных задач теории поля; вычислять абсолютные погрешности выражений, округлять числа; находить приближенные решения функциональных уравнений; интерполировать и аппроксимировать функции; находить приближенные значения производных функций и определенных интегралов численными методами.</p> <p>Владеть: техникой вычисления пределов последовательностей и функций, техникой нахождения точек разрыва функции; техникой дифференцирования функций одной переменной: применять правило дифференцирования сложной функции, метод логарифмического дифференцирования, дифференцировать параметрически и неявно заданные функции, находить производные высших порядков; техникой интегрирования элементарных функций; техникой дифференцирования функций нескольких переменных: применять правило дифференцирования сложной функции, дифференцировать параметрически и неявно заданные функции, находить дифференциалы высших порядков; техникой применения дифференцирования и интегрирования степенных рядов для нахождения их сумм, в том числе для суммирования числовых рядов; техникой интегрирования функций многих переменных; техникой вычисления абсолютных погрешностей выражений и округления чисел; техникой приближенного решения функциональных уравнений; техникой интерполирования и аппроксимирования функций; техникой численного дифференцирования и интегрирования.</p>
--	--

4. ОБЩАЯ ТРУДОЕМКОСТЬ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Объем дисциплины в зачетных единицах (всего): 16 зачетных единиц.

4.2. Объем дисциплины по видам учебной работы (в часах):

Вид учебной работы	Количество часов (форма обучения: очная)				
	Всего по плану	В т.ч. по семестрам			
		1	2	3	4
1	2	3	4	5	6
Контактная работа обучающихся с преподавателем в соотв. с УП	272	72/72	64/64	72/72	64/64
Аудиторные занятия	272	72/72	64/64	72/72	64/64
Лекции	136	36/36	32/32	36/36	32/32
Семинары и	136	36/36	32/32	36/36	32/32

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		


практические занятия					
Лабораторные работы, практикумы	–	–	–	–	–
Самостоятельная работа	160	90	26	18	26
Форма текущего контроля знаний и контроля самостоятельной работы: тестирование, контр. работа, коллоквиум реферат и др.(не менее 2 видов)	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
Курсовая работа	–	–	–	–	–
Виды промежуточной аттестации (экзамен, зачет)	экзамен 144	экзамен 36	экзамен 36	экзамен 36	экзамен 36
Всего часов по дисциплине	576	198	126	126	126

В случае необходимости использования в учебном процессе частично/исключительно дистанционных образовательных технологий в таблице через слеш указывается количество часов работы ППС с обучающимися для проведения занятий в дистанционном формате с применением электронного обучения.


4.3. Содержание дисциплины (модуля). Распределение часов по темам и видам учебной работы:

Форма обучения: очная.


Название разделов и тем	Всего	Виды учебных занятий					Форма текущего контроля знаний
		Аудиторные занятия			Занятия в интерактивной форме	Самостоятельная работа	
		Лекции	Практические занятия, семинары	Лабораторные работы, практикумы			
1	2	3	4	5	6	7	8
1 семестр							
<i>Раздел 1. Введение в математический анализ</i>							
1. Множества и функции	14	2	2			10	устный опрос, проверка решения задач
2. Поле действительных чисел	13	2	1			10	устный опрос,

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		


							проверка решения задач
3. Предел последовательности	28	6	10			12	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
4. Предел функции	28	6	10			12	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
5. Непрерывные функции	21	6	3			12	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
<i>Раздел 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной</i>							
6. Дифференцируемые функции	23	6	5			12	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
7. Основные теоремы дифференциального исчисления	18	6	2			10	устный опрос, проверка решения задач
8. Исследование функций с помощью производных. Построение графика функции	17	2	3			12	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
Экзамен	36						
Итого	198	36	36			90	
2 семестр							
<i>Раздел 3. Интегральное исчисление функций одной переменной</i>							
9. Первообразные и неопределенный интеграл	14	4	6			4	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
10. Определенный интеграл Римана	14	4	6			4	устный опрос, проверка решения задач

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

							ния задач, контрольная работа
11. Длина и мера числовых подмножеств	6	2	1			3	устный опрос, проверка решения задач
12. Геометрические приложения интеграла	8	2	3			3	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
13. Несобственные интегралы	11	4	4			3	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
<i>Раздел 4. Ряды</i>							
14. Числовые ряды	13	4	6			3	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
15. Функциональные последовательности и ряды	13	6	4			3	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
16. Ряды Фурье	11	6	2			3	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
Экзамен	36						
Итого	126	32	32			26	
3 семестр							
<i>Раздел 5. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных</i>							
17. Вещественные пространства и топология	4	2	1			1	устный опрос, проверка решения задач
18. Вектор-функции многих переменных	6	2	3			1	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
19. Пределы,	10	4	4			2	устный оп-

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

непрерывность, частные производные и дифференциалы							рос, проверка решения задач, контрольная работа
20. Исследование экстремумов числовых функций правилом множителей Лагранжа	10	4	4			2	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
<i>Раздел 6. Интегралы, зависящие от параметра</i>							
21. Семейства функций, зависящих от параметра	10	4	4			2	устный опрос, проверка решения задач
22. Собственный интеграл, зависящий от параметра	10	4	4			2	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
23. Несобственный интеграл, зависящий от параметра	10	4	4			2	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
<i>Раздел 7. Кратные и криволинейные интегралы</i>							
24. Кратные интегралы Римана	15	6	6			3	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
25. Криволинейные и поверхностные интегралы	15	6	6			3	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
Экзамен	36						
Итого	126	36	36			18	
4 семестр							
<i>Раздел 8. Численные методы анализа</i>							
26. Теория погрешностей	14	5	5			4	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
27. Приближенные решения	17	6	6			5	устный опрос,

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

функциональ- ных уравнений							проверка решения задач, кон- трольная работа
28. Интерполя- ция функций	15	5	5			5	устный опрос, проверка решения задач, кон- трольная работа
29. Аппроксима- ция функций	14	5	5			4	устный опрос, проверка решения задач, кон- трольная работа
30. Численное дифференциро- вание	14	5	5			4	устный опрос, проверка решения задач, кон- трольная работа
31. Численное интегрирование	16	6	6			4	устный опрос, проверка решения задач, кон- трольная работа
Экзамен	36						
Итого	126	32	32			26	
Всего	576	136	136			160	

5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)


Раздел 1. Введение в математический анализ.

Тема 1. Множества и функции.

Множества и операции над ними. Отношения на множествах. Функции. Простейшая классификация функций. Свойства функций. Функция как отношение. Мощность множества. Теорема Кантора-Бернштейна. Счетные множества и их свойства. Мощность множества рациональных чисел. Существование несчетных множеств. Континуум. Мощность множества всех подмножеств данного множества.

Тема 2. Поле действительных чисел.

Принципы минимума и математической индукции для \mathbb{N} . Определение поля и упорядоченного поля. Примеры. Грани числовых множеств. Полное поле. Неполнота поля \mathbb{Q} . Вещественные числа как бесконечные дроби. Плотность \mathbb{Q} в \mathbb{R} . Принципы полноты поля \mathbb{R} . Открытые и замкнутые множества в \mathbb{R} , их свойства. Понятие секвенциальной компактно-

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

сти. Принцип Больцано-Вейерштрасса. Понятие компактности. Лемма Бореля-Лебега.

Тема 3. Предел последовательности.

Определение предела последовательности. Единственность. Ограниченность сходящейся последовательности. Арифметические свойства. Предельный переход в неравенствах. Фундаментальность. Критерий Коши. Теорема Вейерштрасса о пределе монотонной последовательности. Число ε , второй замечательный предел. Подпоследовательность и частичный предел последовательности. Лемма Больцано-Вейерштрасса. Нижний и верхний пределы последовательности, их свойства.

Тема 4. Предел функции.

Предел функции в точке. Эквивалентность определений по Гейне и Коши. Бесконечно малые и финально ограниченные величины. Их свойства. Арифметические свойства предела функции. Предельный переход в неравенствах. Первый и второй замечательные пределы. Предел функции по базе. Предел композиции функций. Критерий Коши существования предела функции. Сравнение асимптотического поведения функций. Свойства $o(f)$, $O(f)$.

Тема 5. Непрерывные функции.

Непрерывность функции в точке. Различные определения. Непрерывность основных элементарных функций. Односторонние пределы. Точки разрыва и их классификация. Колебание функции в точке. Критерий непрерывности Бэра. Локальные свойства непрерывных функций: ограниченность, сохранение знака, непрерывность суммы, произведения, частного, композиции. Глобальные свойства: теорема Больцано-Коши о промежуточном значении и ее следствие. Теорема Вейерштрасса о максимальном значении. Критерий непрерывности монотонной функции. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора. Теорема об обратной функции.

Раздел 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.

Тема 6. Дифференцируемые функции.

Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной. Примеры вычисления. Односторонние производные. Касательная. Производные суммы, произведения, частного. Дифференцируемость функции в точке. Связь с существованием производной. Непрерывность дифференцируемой функции. Дифференциал, его свойства, геометрический смысл. Производная сложной функции. Инвариантность формы дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница.

Тема 7. Основные теоремы дифференциального исчисления.

Теоремы Ферма, Ролля и теорема Лагранжа о конечном приращении. Теорема Коши. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и Коши. Локальная формула Тейлора. Формулы Тейлора основных элементарных функций. Оценка остаточного члена. Приближенные вычисления. Правило Лопиталья.


Тема 8. Исследование функций с помощью производных. Построение графика функции.

Условия монотонности функции. Необходимые условия внутреннего экстремума. Достаточные условия экстремума (в том числе в терминах высших производных). Выпуклая функция. Необходимые и достаточные условия выпуклости для дважды дифференцируемой функции. Точки перегиба. Асимптоты кривых. Схема полного исследования функции. Построение графиков.

Раздел 3. Интегральное исчисление функций одной переменной.

Тема 9. Первообразные и неопределенный интеграл.

Правила неопределенного интегрирования: линейность, замена переменных и подстановка в интеграл, интегрирование по частям. Таблицы интегралов. Интегрирование рациональных функций. Правило Остроградского интегрирования рациональных функций. Подста-

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

новки Эйлера.

Тема 10. Определенный интеграл Римана.

Единственность интеграла Римана. Необходимое условие интегрируемости по Риману. Суммы Дарбу и формулы Дарбу и интеграл Дарбу. Критерий Дарбу интегрируемости по Риману. Критерий Лебега интегрируемости по Риману. Свойства интеграла Римана: аддитивность по мере, линейность, замена переменных и интегрирование по частям. Непрерывность и дифференцируемость интеграла Римана, как функции верхнего предела. Интегральные теоремы о среднем.

Тема 11. Длина и мера числовых подмножеств.

Числовые множества нулевой длины и нулевой меры. Их свойства. Длина и мера числовых подмножеств. Множества, измеримые по Жордану. Множество Кантора и его свойства.

Тема 12. Геометрические приложения интеграла.

Вычисление площадей фигур, длин линий, заданных явными декартовыми уравнениями, параметрически и в полярных координатах. Нахождение объемов тел вращения и площадей их поверхности. Нахождение центров тяжести фигур и тел, а также – моментов.

Тема 13. Несобственные интегралы.

Несобственные интегралы по бесконечному промежутку и от неограниченных функций, вычисление интегралов. Замена переменной, интегрирование по частям.

Признаки сходимости несобственных интегралов. Абсолютная и условная сходимость.

Раздел 4. Ряды.

Тема 14. Числовые ряды.

Понятие числового ряда. Частичные суммы числового ряда. Сходящиеся числовые ряды. Геометрическая прогрессия. Гармонический ряд. Необходимое условие сходимости числового ряда. Критерий Коши сходимости числовых рядов. Знакоположительные ряды. Необходимое и достаточное условие сходимости знакоположительного ряда. Признаки сходимости знакоположительных рядов (признаки сравнения, признак Даламбера, радикальный признак Коши, интегральный признак Коши-Маклорена, признак Раабе, признак Гаусса). Знакопередающиеся ряды. Теорема Лейбница. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Признак Абеля, Дирихле. Арифметические операции над сходящимися рядами. Бесконечные произведения и их сходимость. Двойные и повторные ряды. Суммирование числовых рядов.


Тема 15. Функциональные последовательности и ряды.

Функциональные последовательности. Поточечная и равномерная сходимость функциональных последовательностей. Критерий Коши равномерной сходимости функциональных последовательностей. Теоремы о непрерывности предельной функции, почленное интегрирование и дифференцирование функциональных последовательностей.

Функциональные ряды. Равномерная сходимость функциональных рядов. Достаточные условия равномерной сходимости функциональных рядов (признак Вейерштрасса, признаки Абеля и Дирихле). Степенные ряды. Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Теорема Абеля о степенных рядах. Разложение функций в степенной ряд. Ряд Тейлора. Достаточное условие разложения функции в степенной ряд. Разложение основных элементарных функций в ряд Тейлора. Применение рядов в приближенных вычислениях. Теорема Вейерштрасса о равномерном приближении непрерывной функции многочленами.

Тема 16. Ряды и интегралы Фурье.

Ортонормированные системы функций. Ряды Фурье по ортонормированным системам. Неравенство Бесселя. Замкнутость и полнота ортонормированных систем. Равенство Пар-

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

севая. Тригонометрическая система и ее замкнутость. Тригонометрический ряд Фурье. Условия равномерной сходимости и сходимости в точке. Условия почленного дифференцирования и интегрирования. Преобразование Фурье. Свойства преобразования Фурье. Понятие об обратном преобразовании Фурье. Интеграл Фурье.

Раздел 5. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.

Тема 17. Вещественные пространства и топология.

Топологические, нормированные и метрические пространства: определения и примеры. Метрики в \mathbb{R}^n . Полные метрические пространства, полнота \mathbb{R}^n . Свойства непрерывных отображений метрических пространств. Свойства компактных и секвенциально-компактных подмножеств метрических пространств. Критерий компактности в \mathbb{R}^n . Связные подмножества топологических пространств. Сохранение связности при непрерывных отображениях. Теорема Больцано. Выпуклые и линейно-связные подмножества в \mathbb{R}^n .

Тема 18. Вектор-функции многих переменных.

Вариация вектор-функций. Теорема Жордана о функциях ограниченной вариации. Пути и кривые в \mathbb{R}^n , длина кривой, касательная к кривой.

Тема 19. Пределы, непрерывность, частные производные и дифференциалы.

Частные производные и теорема Шварца о равенстве смешанных частных производных. Дифференцируемость функций многих переменных, дифференциал $dF(x)$ отображения $F: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ и его свойства. Матрица Якоби $J_F(x)$. Достаточное условие дифференцируемости в точке. Теорема о дифференциале сложной функции и «цепное правило» вычисления частных производных. Теорема о дифференциале обратной функции. Формула Тейлора для гладких числовых функций многих переменных. Второй дифференциал числовой функции многих переменных. Формулировки теоремы о локальном диффеоморфизме и теоремы о неявной функции и ее дифференциале. Касательная плоскость к поверхностям в \mathbb{R}^n , определение и способы задания. Необходимые и достаточные условия функциональной зависимости числовых функций многих переменных.

Тема 20. Исследование экстремумов числовых функций с помощью правила множителей Лагранжа.

Локальный экстремум числовой функции многих переменных. Необходимое и достаточное условия существования локального экстремума в точке. Гладкие многообразия в \mathbb{R}^n , неособые многообразия. Условный локальный экстремум числовой функции многих переменных, примеры. «Правило множителей» Лагранжа. Достаточный признак условного локального экстремума числовой функции многих переменных.

Раздел 6. Интегралы, зависящие от параметра.

Тема 21. Семейства функций, зависящих от параметра.


Равномерная сходимость семейства функций, зависящего от параметра. Лемма о коммутировании предельных переходов. Теоремы о непрерывности, дифференцируемости и интегрируемости предельной функции.

Тема 22. Собственный интеграл, зависящий от параметра.

Теоремы о непрерывности, дифференцируемости и интегрируемости собственного интеграла по параметру.

Тема 23. Несобственный интеграл, зависящий от параметра.

Теорема Фруллани. Равномерная сходимость несобственного интеграла, зависящего от параметра. Критерий Коши. Достаточное условие отсутствия равномерной сходимости. Признаки Вейерштрасса, Дирихле и Абеля равномерной сходимости несобственного интеграла. Теоремы о непрерывности, предельном переходе и дифференцируемости несобственного интеграла по параметру. Теоремы о перестановке собственного и несобственно-

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

го интегралов. Теоремы о перестановке несобственных интегралов. Интеграл Дирихле. Интеграл Пуассона. Эйлеровы интегралы и их свойства. Связь между В и Г-функциями.

Раздел 7. Кратные и криволинейные интегралы.

Тема 24. Двойные и тройные интегралы

Определение интеграла Римана на бруссе. Единственность интеграла Римана. Необходимое условие интегрируемости функции на бруссе. Определение сумм Дарбу. Теорема о формулах Дарбу. Определение верхнего и нижнего интеграла Дарбу. Теорема о суммах Дарбу. Теорема о предельном критерии интегрируемости на бруссе. Критерий Дарбу интегрируемости по Риману на бруссе. Определение множеств меры нуль. Свойства множеств меры нуль. Теорема о графике непрерывной функции. Множества объема нуль, их свойства. Критерий Бэра непрерывности функции в точке. Теорема Кантора. Критерий Лебега интегрируемости по Риману на бруссе. Следствия критерия Лебега. Измеримые по Жордану множества и их свойства. Критерий Лебега на измеримом по Жордану множестве. Свойства интеграла Римана. Теорема Фубини на бруссе. Теорема Фубини для цилиндров. Теорема Кавальери. Принцип Кавальери. Лемма об интегрируемости по Риману композиции двух функций. Теорема о замене переменных в одномерном интеграле Римана. Общая теорема о замене переменных. Пренебрежимые множества. Инвариантность интеграла Римана относительно движения. Геометрический смысл якобиана. Объем n -мерного шара.

Тема 25. Криволинейные и поверхностные интегралы.

Криволинейные интегралы 1 и 2 родов, их свойства, связь между ними. Интегрирование полных дифференциалов. Формула Грина и ее свойства. Критерий полного дифференциала на плоскости. Поверхность и ее площадь. Сапог Шварца. Поверхностные интегралы 1 и 2 родов, связь между ними. Формула Гаусса-Остроградского и ее приложения. Формула Стокса и ее приложения. Критерий полного дифференциала в пространстве.

Раздел 8. Численные методы анализа.

Тема 26. Теория погрешностей.

Источники погрешностей вычислений. Устранимые и неустраняемые погрешности. Абсолютная и предельно абсолютная погрешности. Абсолютные погрешности выражений. Значащие и верные цифры. Понятие точности вычислений. Соотношение между точностью и погрешностью. Округление чисел. Обратная задача теории погрешностей.


Тема 27. Приближенные решения функциональных уравнений.

Итерационный метод и оценка его погрешности. Расходящиеся итерации. Принцип сжимающих отображений. Метод локализации корней. Метод бисекции Больцано. Метод ложного положения и его сходимости. Метод касательных Ньютона. Теорема Ньютона-Рафсона. Метод секущих. Метод Мюллера. Процесс Эйткена ускорения сходимости последовательности. Решение линейных систем уравнений методами итераций Якоби и Гаусса. Решение нелинейных систем уравнений методами итерации Ньютона и Зейделя. Метод градиента.

Тема 28. Интерполяция функций.

Задача интерполирования. Интерполяционный многочлен Лагранжа, оценка погрешности интерполирования по Лагранжу, выбор узлов интерполирования. Разделенные разности и их свойства. Интерполяционные формулы Ньютона и оценка их погрешности. Интерполяционные полиномы с центральными разностями. Обратное интерполирование. Интерполирование с кратными узлами. Интерполяционный многочлен Эрмита. Погрешность кратного интерполирования. Интерполирование сплайнами. Линейный, параболический и кубический сплайны.

Тема 29. Аппроксимация функций.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

Задача приближения функций. Полиномы Тейлора. Тригонометрические полиномы. Метод наименьших квадратов и его применение для аппроксимации многочленами, степенными и показательными функциями. Простая и множественная линейная регрессия. Чебышевская аппроксимация многочленами. Аппроксимация Паде. Составление эмпирических формул, логарифмическая и полулогарифмическая сетка.

Тема 30. Численное дифференцирование.

Формулы численного дифференцирования функций. Экстраполяция Ричардсона. Некорректность численного дифференцирования. Дифференцирование полинома Лагранжа. Дифференцирование полинома Ньютона.

Тема 31. Численное интегрирование.

Задача численного интегрирования. Интерполяционный метод численного интегрирования. Метод неопределенных параметров. Квадратурные формулы: прямоугольников, трапеций и парабол. Рекуррентные формулы трапеций, Симпсона и Буля. Интегрирование по Ромбергу и оценка точности. Правило Рунге оценки погрешности численного интегрирования. Квадратурная формула Гаусса-Лежандра. Кубатурные формулы Л.А. Люстерника и Н.Я. Виленкина.

6. ТЕМЫ ПРАКТИЧЕСКИХ И СЕМИНАРСКИХ ЗАНЯТИЙ

Раздел 1. Введение в математический анализ.

Тема 1. Множества и функции(семинар).

1. Множества и функции.

Тема 2. Поле действительных чисел(семинар).

1. Поле действительных чисел.

Тема 3. Предел последовательности(семинар).

1. Числовая последовательность, подпоследовательность.
2. Предел последовательности.
3. Вычисление пределов последовательностей.

Тема 4. Предел функции (семинар).

1. Предел функции в точке.
2. Раскрытие неопределенностей.
3. Первый замечательный предел.
4. Второй замечательный предел.
5. Вычисление пределов.
6. Эквивалентные бесконечно малые функции.
7. Раскрытие неопределенностей с помощью принципа замены эквивалентных бесконечно малых.


Тема 5. Непрерывные функции(семинар).

1. Непрерывные функции.
2. Точки разрыва и их классификация.
3. Равномерная непрерывность функции.
4. Контрольная работа по Разделу 1.

Раздел 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.

Тема 6. Дифференцируемые функции(семинар).

1. Техника дифференцирования.
2. Геометрический смысл производной.
3. Дифференциал.
4. Производные и дифференциалы высших порядков.
5. Формула Лейбница.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

6. Решение различных задач по теме.

Тема 7. Основные теоремы дифференциального исчисления(семинар).

1. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши.
2. Формула Тейлора.
3. Раскрытие неопределенностей с помощью правила Лопиталья.
4. Раскрытие неопределенностей с помощью формулы Тейлора.

Тема 8. Исследование функций с помощью производных. Построение графика функции(семинар).

1. Нахождение промежутков монотонности, точек экстремума, наибольших и наименьших значений, промежутков выпуклости, точек перегиба.
2. Доказательство неравенств.
3. Исследование функций с помощью производной.
4. Построение графиков функций кривых, заданных параметрически и в полярных координатах.
5. Контрольная работа по темам Разделу 2.

Раздел 3. Интегральное исчисление функций одной переменной.

Тема 9. Первообразные и неопределенный интеграл(семинар).

1. Первообразная и неопределенный интеграл. Таблица интегралов. Непосредственное интегрирование.
2. Изучение методов интегрирования.
3. Классы интегрируемых функций.

Тема 10. Определенный интеграл Римана(семинар).

1. Вычисление определенных интегралов Римана с помощью правила Ньютона–Лейбница.
2. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.

Тема 11. Длина и мера числовых подмножеств(семинар).


1. Длина и мера числовых подмножеств.

Тема 12. Геометрические приложения интеграла(семинар).

1. Нахождение площадей фигур в декартовых координатах с помощью интегрирования.
2. Нахождение площадей фигур в полярных координатах с помощью интегрирования.
3. Нахождение длин кривых в декартовых координатах с помощью интегрирования.
4. Нахождение длин кривых в полярных координатах с помощью интегрирования.
5. Нахождение объемов тел с помощью интегрирования.
6. Нахождение центров тяжести тел и фигур с помощью интегрирования.
7. Нахождение моментов инерции с помощью интегрирования.

Тема 13. Несобственные интегралы (семинар).

1. Несобственные интегралы по бесконечному промежутку и их вычисление.
2. Замена переменной в несобственных интегралах.
3. Интегрирование по частям.
4. Несобственные интегралы от неограниченных функций и их вычисление.
5. Замена переменной.
6. Интегрирование по частям.
7. Признаки сходимости несобственных интегралов.
8. Абсолютная и условная сходимость.
9. Признаки Абеля, Дирихле.
10. Контрольная работа по Разделу 3.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

Раздел 4. Ряды.

Тема 14. Числовые ряды (семинар).

1. Числовой ряд и его сумма. Исследование сходимости числовых рядов по определению.
2. Необходимое условие сходимости. Критерий Коши сходимости рядов.
3. Признаки сходимости знакоположительных рядов. Признак сравнения.
4. Признак Даламбера. Радикальный признак Коши.
5. Признак Раабе. Признак Гаусса.
6. Интегральный признак Коши-Маклорена сходимости знакоположительных рядов.
7. Другие признаки сходимости знакоположительных рядов (признак сравнения Коши, логарифмический признак и т. д.).
8. Оценка остатка знакоположительного ряда.
9. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница. Оценка остатка знакочередующегося ряда.
10. Признак Абеля, признак Дирихле.
11. Умножение рядов.
12. Деление рядов.
13. Бесконечные произведения.

Тема 15. Функциональные последовательности и ряды (семинар).

1. Функциональные последовательности. Поточечная сходимость функциональных последовательностей.
2. Равномерная сходимость функциональных последовательностей.
3. Функциональные ряды. Поточечная и равномерная сходимость функциональных рядов.
4. Степенные ряды. Область сходимости.
5. Решение задач.
6. Интегрирование степенных рядов.
7. Дифференцирование степенных рядов.
8. Ряд Тейлора. Разложение функций в ряд Тейлора.
9. Разложение функций в ряд Тейлора.
10. Суммирование степенных рядов.
11. Вычисление сумм числовых рядов.

Тема 16. Ряды и интегралы Фурье(семинар).

1. Ряды Фурье
2. Ряды Фурье четных и нечетных функций.
3. Ряды Фурье функций, заданных на отрезке $[-l, l]$.
4. Разложение функций, заданных на отрезке $[0, l]$, в ряд Фурье.
5. Контрольная работа по Разделу 4.


Раздел 5. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.

Тема 17. Вещественные пространства и топология (семинар).

1. Топологические, нормированные и метрические пространства: определения и примеры.
2. Полные метрические пространства, полнота \mathbb{R}^n .
3. Критерий компактности в \mathbb{R}^n .

Тема 18. Вектор-функции многих переменных (семинар).

1. Понятие вектор-функции.
2. Функции ограниченной вариации.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

3. Пути и кривые.
4. Длина кривой.
5. Касательные к кривым.
6. Решение задач по теме.

Тема 19. Пределы, непрерывность, частные производные и дифференциалы (семинар).

1. Нахождение пределов функций многих переменных.
2. Вычисление частных производных и дифференциалов разных порядков функций многих переменных.
3. Производная и дифференциал сложной функции.
4. Производная неявно заданной функции одной и двух переменных.
5. Разложение функций многих переменных в ряд Тейлора.
6. Применение дифференциалов к приближенным вычислениям
7. Изучение свойств многообразий и построение касательных к ним.

Тема 20. Исследование экстремумов числовых функций с помощью правила множителей Лагранжа (семинар).

1. Исследование функций нескольких переменных на экстремум.
2. Нахождение локальных экстремумов, в том числе и условных правилом множителей Лагранжа.
3. Выполнение замены переменных в дифференциальных уравнениях с частными производными.
4. Контрольная работа по Разделу 5.

Раздел 6. Интегралы, зависящие от параметра.

Тема 21. Семейства функций, зависящих от параметра (семинар).

1. Исследование семейства функций на равномерную сходимость.

Тема 22. Собственный интеграл, зависящий от параметра (семинар).

1. Вычисление собственных интегралы методами интегрирования по параметру и дифференцирования по параметру, с использованием свойств непрерывности.


Тема 23. Несобственный интеграл, зависящий от параметра (семинар).

1. Исследование несобственных интегралов на равномерную сходимость.
2. Вычисление несобственных интегралы методом интегрирования по параметру.
3. Вычисление несобственных интегралов методом дифференцирования по параметру, с использованием свойств непрерывности.
4. Вычисление несобственных интегралов путем сведения их к интегралам Дирихле и Пуассона.
5. Вычисление несобственных интегралов путем сведения их к эйлеровым интегралам 1 и 2 рода (В- и Г-функциям).

Раздел 7. Кратные интегралы.

Тема 24. Двойные и тройные интегралы (семинар).

1. Вычисление двойных интегралов.
2. Замена переменных в двойном интеграле.
3. Вычисление площади через двойные интегралы.
4. Вычисление объема через двойные интегралы.
5. Вычисление площади поверхности.
6. Вычисление центров тяжести и моментов инерции плоских областей.
7. Тройные интегралы.
8. Замена переменных в тройном интеграле.
9. Вычисление объемов через тройные интегралы.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

10. Вычисление центров тяжести и моментов инерции пространственных областей.

Тема 25. Криволинейные и поверхностные интегралы (семинар).

1. Параметризация плоских и пространственных кривых.
2. Криволинейные интегралы 1-го рода.
3. Криволинейные интегралы 2-го рода.
4. Формула Грина и ее приложения.
5. Применение криволинейных интегралов к решению физических и геометрических задач.
6. Параметризация поверхностей.
7. Поверхностные интегралы 1-го и 2-го родов.
8. Формула Гаусса-Остроградского.
9. Формула Стокса.
10. Применение формул Стокса, Гаусса-Остроградского к решению основных задач теории поля.
11. Контрольная работа по Разделам 6–7.

Раздел 8. Численные методы анализа.

Тема 26. Теория погрешностей (семинар).

1. Абсолютная и предельно абсолютная погрешности.
2. Абсолютные погрешности выражений.
3. Значащие и верные цифры.
4. Округление чисел.
5. Обратная задача теории погрешностей.


Тема 27. Приближенные решения функциональных уравнений (семинар).

1. Итерационный метод и оценка его погрешности.
2. Принцип сжимающих отображений.
3. Метод локализации корней.
4. Метод бисекции Больцано.
5. Метод ложного положения и его сходимость.
6. Метод касательных Ньютона.
7. Метод секущих.
8. Метод Мюллера.
9. Процесс Эйткена ускорения сходимости последовательности.
10. Решение линейных систем уравнений методами итераций Якоби и Гаусса.
11. Решение нелинейных систем уравнений методами итерации Ньютона и Зейделя.
12. Метод градиента.

Тема 28. Интерполяция функций (семинар).

1. Интерполяционный многочлен Лагранжа.
2. Оценка погрешности интерполирования по Лагранжу.
3. Выбор узлов интерполирования.
4. Разделенные разности и их свойства.
5. Интерполяционные формулы Ньютона и оценка их погрешности.
6. Интерполяционные полиномы с центральными разностями.
7. Обратное интерполирование.
8. Интерполирование с кратными узлами.
9. Интерполяционный многочлен Эрмита.
10. Погрешность кратного интерполирования.
11. Линейный, параболический и кубический сплайны.

Тема 29. Аппроксимация функций (семинар).

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

1. Полиномы Тейлора.
2. Тригонометрические полиномы.
3. Метод наименьших квадратов и его применение для аппроксимации многочленами, степенными и показательными функциями.
4. Простая и множественная линейная регрессия.
5. Чебышевская аппроксимация многочленами.
6. Аппроксимация Паде.
7. Составление эмпирических формул.
8. Логарифмическая и полулогарифмическая сетка.

Тема 30. Численное дифференцирование (семинар).

1. Формулы численного дифференцирования функций.
2. Экстраполяция Ричардсона.
3. Дифференцирование полинома Лагранжа.
4. Дифференцирование полинома Ньютона.

Тема 31. Численное интегрирование (семинар).

1. Интерполяционный метод численного интегрирования.
2. Метод неопределенных параметров.
3. Квадратурные формулы: прямоугольников, трапеций и парабол.
4. Рекуррентные формулы трапеций, Симпсона и Буля.
5. Интегрирование по Ромбергу и оценка точности.
6. Правило Рунге оценки погрешности численного интегрирования.
7. Квадратурная формула Гаусса-Лежандра.
8. Кубатурные формулы Л.А. Люстерника и Н.Я. Виленкина.
9. Контрольная работа по Разделу 8.

7. ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ, ПРАКТИКУМЫ

Данный вид работы не предусмотрен учебным планом.

8. ТЕМАТИКА КУРСОВЫХ, КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ, РЕФЕРАТОВ

Выполнение курсовых работ и рефератов не предусмотрено учебным планом.


Примерная тематика контрольных работ по дисциплине «Математический анализ»:

1. Пределы последовательностей и функций.
2. Производная функции и ее применение.
3. Неопределенный интеграл.
4. Определенный интеграл Римана и его применение.
5. Числовые и функциональные ряды.
6. Пределы и непрерывность функций многих переменных.
7. Частные производные и дифференциалы функций многих переменных.
8. Экстремумы функций многих переменных.
9. Интегралы, зависящие от параметра.
10. Кратные интегралы.
11. Криволинейные интегралы
12. Численные методы математического анализа.


9. ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ К ЭКЗАМЕНУ

1 семестр

1. Множество действительных чисел. Сравнение действительных чисел. Теорема о точной верхней грани.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		


2. Приближение действительных чисел рациональными.
3. Счетные множества. Счетность множества рациональных чисел. Несчетность множества действительных чисел.
4. Определение предела последовательности. Единственность предела. Ограниченность сходящейся последовательности.
5. Бесконечно малые последовательности и их свойства.
6. Свойства пределов последовательностей.
7. Предельный переход в неравенствах. Теорема о двух милиционерах.
8. Монотонные последовательности. Существование предела.
9. Число e .
10. Принцип вложенных отрезков.
11. Теорема Гейне-Бореля-Лебега.
12. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
13. Предельные точки последовательности. Верхний и нижний пределы последовательности.
14. Критерий Коши сходимости последовательностей.
15. Предел функции по Коши и по Гейне и их эквивалентность.
16. Арифметические свойства пределов функций.
17. Непрерывность функций в точке. Арифметические свойства непрерывных функций.
18. Локальные свойства непрерывных функций.
19. Теорема Вейерштрасса об ограниченности непрерывной на отрезке функции.
20. Теорема Вейерштрасса о достижимости минимального и максимального значений непрерывной на отрезке функции.
21. Теорема Вейерштрасса о промежуточных значениях непрерывной на отрезке функции.
22. Теорема о непрерывности обратной функции.
23. Непрерывность суперпозиции непрерывных функций.
24. Непрерывность простейших элементарных функций. Теорема о непрерывности элементарных функций.
25. Первый замечательный предел.
26. Второй замечательный предел.
27. Определение производной и дифференцируемость функции. Непрерывность дифференцируемой функции.
28. Геометрический смысл производной. Уравнение касательной.
29. Дифференцирование сложной функции. Инвариантность формы дифференциала.
30. Дифференцирование обратной функции.
31. Дифференцирование суммы, разности, произведения и частного функций.
32. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница.
33. Возрастание (убывание) функции в точке. Локальный экстремум. Необходимое условие экстремума.
34. Теорема Ролля.
35. Теорема Лагранжа о конечных приращениях.
36. Формула Коши.
37. Правило Лопиталья для раскрытия неопределенностей вида «ноль на ноль».
38. Правило Лопиталья для раскрытия неопределенностей вида «бесконечность на бесконечность».
39. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.
40. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа.
41. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Коши.
42. Формулы Маклорена для основных элементарных функций.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

43. Выпуклость графика функции. Точки перегиба. Необходимые условия.
44. Нахождение наклонных асимптот.

2 семестр


45. Первообразная. Неопределенный интеграл. Замена переменных в неопределенном интеграле. Метод интегрирования по частям.
46. Интегрирование рациональных функций.
47. Интегрирование некоторых тригонометрических выражений.
48. Интегрирование дробно-линейных иррациональностей.
49. Интегрирование квадратичных иррациональностей.
50. Определение интеграла Римана. Единственность интеграла.
51. Ограниченность интегрируемой функции.
52. Свойство линейности интеграла Римана.
53. Суммы Дарбу и их простейшие свойства. Интегралы Дарбу.
54. Лемма Дарбу.
55. Критерий интегрируемости.
56. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора. Интегрируемость непрерывных функций.
57. Интегрируемость произведения интегрируемых функций.
58. Свойство аддитивности определенного интеграла.
59. Интегрирование неравенств. Теорема о среднем.
60. Формула Ньютона-Лейбница.
61. Длина кривой и формула для ее вычисления.
62. Числовые ряды. Частичные суммы. Сумма ряда. Критерий Коши. Необходимое условие сходимости.
63. Признаки сравнения для рядов с положительными членами.
64. Основные признаки сходимости для рядов с положительными членами: признак Даламбера, радикальный признак Коши, интегральный признак Коши.
65. Абсолютная и условная сходимость рядов. Признаки Даламбера и Коши для абсолютной сходимости рядов.
66. Ряды Лейбница. Признак Лейбница для знакопеременяющихся рядов.
67. Престановка членов ряда в абсолютно и условно сходящихся рядах.
68. Поточечная и равномерная сходимость. Критерий Коши равномерной сходимости рядов. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости рядов.
69. Теорема о перестановке пределов. Почленный переход к пределу в рядах. Непрерывность суммы ряда.
70. Почленное интегрирование рядов.
71. Почленное дифференцирование рядов.
72. Основная теорема о степенных рядах. Радиус и интервал сходимости. Равномерная сходимость степенных рядов. Непрерывность суммы степенного ряда.
73. Почленное интегрирование и дифференцирование степенных рядов.
74. Теорема Абеля.
75. Теорема Вейерштрасса о равномерном приближении непрерывных функций полиномами.
76. Ряды Тейлора. Сходимость ряда Тейлора для функций с равномерно ограниченными производными. Ряды Тейлора для основных элементарных функций.
77. Абстрактный ряд Фурье. Неравенство Бесселя. Сходимость к нулю коэффициентов Фурье.
78. Замкнутость ортонормированной системы. Равенство Парсеваля.
79. Тригонометрическая ортонормированная система. Тригонометрический ряд Фурье.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

80. Замкнутость тригонометрической системы. Сходимость ряда Фурье в среднем.
81. Формулы для частичных сумм ряда Фурье.
82. Сходимость ряда Фурье.

3 семестр

83. Предел последовательности точек евклидова пространства. Предел функции многих переменных. Непрерывность функции многих переменных.
84. Непрерывные функции на компакте.
85. Частные производные. Дифференцируемость. Достаточное условие дифференцируемости. Полный дифференциал. Дифференцирование сложных функций.
86. Частные производные высших порядков. Достаточное условие равенства смешанных производных. Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора.
87. Дифференцирование неявно заданной функции.
88. Геометрические приложения дифференциального исчисления. Уравнение касательной плоскости. Экстремумы функций многих переменных. Условные экстремумы.
89. Семейства функций, зависящих от параметра. Равномерная сходимость, критерий Коши. Примеры непрерывных семейств, сходящихся к разрывной функции. Примеры дифференцируемых семейств, сходящихся к недифференцируемой функции. Примеры интегрируемых семейств, сходящихся к неинтегрируемой функции.
90. Свойства предельной функции. Теорема о коммутировании предельных переходов, непрерывность предельной функции, примеры.
91. Интегрирование предельной функции, примеры.
92. Дифференцирование предельной функции, примеры.
93. Собственные интегралы, зависящие от параметра, теорема о непрерывности.
94. Теоремы о дифференцируемости и интегрируемости собственного интеграла по параметру.
94. Равномерная сходимость несобственных интегралов 1-го и 2-го рода, зависящих от параметра. Равномерная сходимость несобственных интегралов с несколькими особенностями. Критерий Коши равномерной сходимости несобственных интегралов. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости.
96. Достаточные условия равномерной сходимости несобственного интеграла, зависящего от параметра: признаки Абеля и Дирихле.
97. Непрерывность несобственного интеграла, зависящего от параметра. Теорема о предельном переходе, теорема Дини, следствия, примеры.
98. Дифференцирование и интегрирование по конечному промежутку несобственного интеграла, зависящего от параметра.
99. Перестановка несобственных интегралов, примеры.
100. Интеграл Дирихле. Интеграл Пуассона.
101. Г-функция Эйлера и ее свойства. В-функция Эйлера и ее свойства. Связь между В и Г-функциями.
102. Определение интеграла Римана на n-мерном бруске. Необходимое условие интегрируемости, геометрический смысл интеграла.
103. Теорема Фубини. Сведение вычисления кратных интегралов к повторным.
104. Замена переменных в кратных интегралах. Приложения кратных интегралов.
105. Криволинейные интегралы первого и второго рода. Физический смысл криволинейных интегралов.
106. Формула Грина. Теория поля. Потенциальные поля. Необходимые и достаточные условия потенциальности поля.
107. Сведения о поверхностях. Ориентация поверхности. Неориентируемые поверхности. Поверхностные интегралы первого и второго рода и их физический смысл.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

108. Формула Гаусса – Остроградского.

4 семестр

109. Источники погрешностей вычислений. Устранимые и неустраняемые погрешности. Абсолютная и предельно абсолютная погрешности. Абсолютные погрешности выражений.

110. Значащие и верные цифры. Понятие точности вычислений. Соотношение между точностью и погрешностью.

111. Округление чисел. Обратная задача теории погрешностей.

112. Итерационный метод решения функциональных уравнений и оценка его погрешности. Расходящиеся итерации. Принцип сжимающих отображений.

113. Метод локализации корней. Метод бисекции Больцано.

114. Метод ложного положения и его сходимост.

115. Метод касательных Ньютона. Теорема Ньютона-Рафсона.

116. Метод секущих. Метод Мюллера.

117. Процесс Эйткена ускорения сходимости последовательности.

118. Решение линейных систем уравнений методами итераций Якоби и Гаусса.

119. Решение нелинейных систем уравнений методами итерации Ньютона и Зейделя.

120. Метод градиента.

121. Задача интерполирования функций. Интерполяционный многочлен Лагранжа, оценка погрешности интерполирования по Лагранжу, выбор узлов интерполирования.

122. Разделенные разности и их свойства. Интерполяционные формулы Ньютона и оценка их погрешности.

123. Интерполяционные полиномы с центральными разностями.

124. Обратное интерполирование.

125. Интерполирование с кратными узлами. Интерполяционный многочлен Эрмита. Погрешность кратного интерполирования.

126. Интерполирование сплайнами. Линейный, параболический и кубический сплайны.

127. Задача приближения функций. Полиномы Тейлора. Тригонометрические полиномы.

128. Метод наименьших квадратов и его применение для аппроксимации многочленами, степенными и показательными функциями.

129. Простая и множественная линейная регрессия.

130. Чебышевская аппроксимация многочленами.

131. Аппроксимация Паде.

132. Составление эмпирических формул, логарифмическая и полулогарифмическая сетка.

133. Формулы численного дифференцирования функций.

134. Экстраполяция Ричардсона.

135. Некорректность численного дифференцирования.

136. Дифференцирование полинома Лагранжа и Ньютона.

137. Задача численного интегрирования. Интерполяционный метод численного интегрирования. Метод неопределенных параметров.

138. Квадратурные формулы: прямоугольников, трапеций и парабол.


139. Рекуррентные формулы трапеций, Симпсона и Буля.

140. Интегрирование по Ромбергу и оценка точности.

141. Правило Рунге оценки погрешности численного интегрирования.

142. Квадратурная формула Гаусса-Лежандра.


143. Кубатурные формулы Л.А. Люстерника и Н.Я. Виленкина.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		


11. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА ОБУЧАЮЩИХСЯ

Форма обучения: очная.

Название разделов и тем	Вид самостоятельной работы (<i>проработка учебного материала, решение задач, реферат, доклад, контрольная работа, подготовка к сдаче зачета, экзамена и др.</i>)	Объем в часах	Форма контроля (<i>проверка решения задач, реферата и др.</i>)
1 семестр			
<i>Раздел 1. Введение в математический анализ</i>			
1. Множества и функции	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче экзамена	10	устный опрос, проверка решения задач
2. Поле действительных чисел	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче экзамена	10	устный опрос, проверка решения задач
3. Предел последовательности	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	12	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
4. Предел функции	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	12	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
5. Непрерывные функции	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	12	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
<i>Раздел 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной</i>			
6. Дифференцируемые функции	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	12	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
7. Основные теоремы дифференциального исчисления	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче экзамена	10	устный опрос, проверка решения задач
8. Исследование функций с помощью производных. Построение графика функции.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	12	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
2 семестр			
<i>Раздел 3. Интегральное исчисление функций одной переменной</i>			
9. Первообразные и неопределенный интеграл	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	4	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
10. Определенный интеграл Римана	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	4	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
11. Длина и мера числовых подмно-	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче экзамена	3	устный опрос, проверка реше-

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

жеств			ния задач
12. Геометрические приложения интеграла	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	3	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
13. Несобственные интегралы	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	3	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
<i>Раздел 4. Ряды</i>			
14. Числовые ряды	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	3	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
15. Функциональные последовательности и ряды	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	3	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
16. Ряды Фурье	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	3	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
3 семестр			
<i>Раздел 5. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных</i>			
17. Вещественные пространства и топология	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче экзамена	1	устный опрос, проверка решения задач
18. Вектор-функции многих переменных	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	1	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
19. Пределы, непрерывность, частные производные и дифференциалы	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	2	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
20. Исследование экстремумов числовых функций правилом Лагранжа	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	2	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
<i>Раздел 6. Интегралы, зависящие от параметра</i>			
21. Семейства функций, зависящих от параметра	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче экзамена	2	устный опрос, проверка решения задач
22. Собственный интеграл, зависящий от параметра	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	2	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
23. Несобственный интеграл, зависящий от параметра	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	2	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
<i>Раздел 7. Кратные и криволинейные интегралы</i>			
24. Кратные интег-	Проработка учебного материала, решение	3	устный опрос,

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

ралы Римана	задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена		проверка решения задач, контрольная работа
25. Криволинейные и поверхностные интегралы	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	3	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
4 семестр			
<i>Раздел 8. Численные методы анализа</i>			
26. Теория погрешностей	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	4	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
27. Приближенные решения функциональных уравнений	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	5	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
28. Интерполяция функций	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	5	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
29. Аппроксимация функций	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	4	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
30. Численное дифференцирование	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	4	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
31. Численное интегрирование	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	4	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа

12. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ


а) Список рекомендуемой литературы

основная

1. Зорич, В.А. Математический анализ : учебник для ун-тов. Ч. 1 / В.А. Зорич. – М. : Наука, 1981. – 543 с.
2. Зорич, В.А. Математический анализ : учебник для ун-тов. Ч. 2 / В.А. Зорич. – М. : Наука, 1984. – 670 с.
3. Зализняк, В.Е. Численные методы. Основы научных вычислений : учебник и практикум для академического бакалавриата / В.Е. Зализняк. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Издательство Юрайт, 2019. – 356 с. – (Бакалавр. Академический курс). – ISBN 978-5-534-02714-3. – Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. – URL: <https://biblio-online.ru/bcode/431899>.

дополнительная

1. Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие для вузов / Б.П. Демидович. – М. : Наука, 1990. – 624 с. – ISBN 5-02-014505-X.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

1.6. Лань : электронно-библиотечная система : сайт / ООО ЭБС Лань. – Санкт-Петербург, [2021]. – URL: <https://e.lanbook.com>. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.

1.7. **Znanium.com** : электронно-библиотечная система : сайт / ООО Знаниум. - Москва, [2021]. - URL: <http://znanium.com> . – Режим доступа : для зарегистрир. пользователей. - Текст : электронный.

1.8. Clinical Collection : коллекция для медицинских университетов, клиник, медицинских библиотек // EBSCOhost : [портал]. – URL: <http://web.b.ebscohost.com/ehost/search/advanced?vid=1&sid=9f57a3e1-1191-414b-8763-e97828f9f7e1%40sessionmgr102> . – Режим доступа : для авториз. пользователей. – Текст : электронный.

1.9. Русский язык как иностранный : электронно-образовательный ресурс для иностранных студентов : сайт / ООО Компания «Ай Пи Ар Медиа». – Саратов, [2021]. – URL: <https://ros-edu.ru>. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.

2. КонсультантПлюс [Электронный ресурс]: справочная правовая система. /ООО «Консультант Плюс» - Электрон. дан. - Москва : КонсультантПлюс, [2021].

3. Базы данных периодических изданий:

3.1. База данных периодических изданий : электронные журналы / ООО ИВИС. - Москва, [2021]. – URL: <https://dlib.eastview.com/browse/udb/12>. – Режим доступа : для авториз. пользователей. – Текст : электронный.

3.2. eLIBRARY.RU: научная электронная библиотека : сайт / ООО Научная Электронная Библиотека. – Москва, [2021]. – URL: <http://elibrary.ru>. – Режим доступа : для авториз. пользователей. – Текст : электронный

3.3. «Grebennikon» : электронная библиотека / ИД Гребенников. – Москва, [2021]. – URL: <https://id2.action-media.ru/Personal/Products>. – Режим доступа : для авториз. пользователей. – Текст : электронный.

4. Национальная электронная библиотека : электронная библиотека : федеральная государственная информационная система : сайт / Министерство культуры РФ ; РГБ. – Москва, [2021]. – URL: <https://нэб.рф>. – Режим доступа : для пользователей научной библиотеки. – Текст : электронный.

5. SMART Imagebase // EBSCOhost : [портал]. – URL: <https://ebco.smartimagebase.com/?TOKEN=EBSCO-1a2ff8c55aa76d8229047223a7d6dc9c&custid=s6895741>. – Режим доступа : для авториз. пользователей. – Изображение : электронные.

6. Федеральные информационно-образовательные порталы:

6.1. **Единое окно доступа к образовательным ресурсам** : федеральный портал / учредитель ФГАОУ ДПО ЦРГОП и ИТ. – URL: <http://window.edu.ru/> . – Текст : электронный.

6.2. **Российское образование** : федеральный портал / учредитель ФГАОУ ДПО ЦРГОП и ИТ. – URL: <http://www.edu.ru>. – Текст : электронный.

7. Образовательные ресурсы УлГУ:


7.1. Электронная библиотека УлГУ : модуль АБИС Мега-ПРО / ООО «Дата Экспресс». – URL: <http://lib.ulsu.ru/MegaPro/Web>. – Режим доступа : для пользователей научной библиотеки. – Текст : электронный.

Согласовано:

Зем. Вал. Улит
Должность сотрудника УИТИГ

Ключкова СВ
ФИО

ДЖТ
подпись дата

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

13. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ:

Аудитории для проведения лекций, семинарских занятий, для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации, групповых и индивидуальных консультаций.

Аудитории укомплектованы специализированной мебелью, учебной доской. Помещения для самостоятельной работы оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде, электронно-библиотечной системе. Перечень оборудования, используемого в учебном процессе, указывается в соответствии со сведениями о материально-техническом обеспечении и оснащенности образовательного процесса, размещенными на официальном сайте УлГУ в разделе «Сведения об образовательной организации».

14. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

В случае необходимости, обучающимся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья (по заявлению обучающегося) могут предлагаться одни из следующих вариантов восприятия информации с учетом их индивидуальных психофизических особенностей:

– для лиц с нарушениями зрения: в печатной форме увеличенным шрифтом; в форме электронного документа; в форме аудиофайла (перевод учебных материалов в аудиоформат); в печатной форме на языке Брайля; индивидуальные консультации с привлечением тифлосурдопереводчика; индивидуальные задания и консультации;

– для лиц с нарушениями слуха: в печатной форме; в форме электронного документа; видеоматериалы с субтитрами; индивидуальные консультации с привлечением сурдопереводчика; индивидуальные задания и консультации;

– для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: в печатной форме; в форме электронного документа; в форме аудиофайла; индивидуальные задания и консультации.

В случае необходимости использования в учебном процессе частично/исключительно дистанционных образовательных технологий, организация работы ППС с обучающимися с ОВЗ и инвалидами предусматривается в электронной информационно-образовательной среде с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

Разработчик	 _____	<u>доцент</u> _____	<u>Савинов Ю.Г.</u> _____
	подпись	должность	ФИО
Разработчик	 _____	<u>доцент</u> _____	<u>Веревкин А.Б.</u> _____
	подпись	должность	ФИО
Разработчик	 _____	<u>доцент</u> _____	<u>Гаврилова М.С.</u> _____
	подпись	должность	ФИО